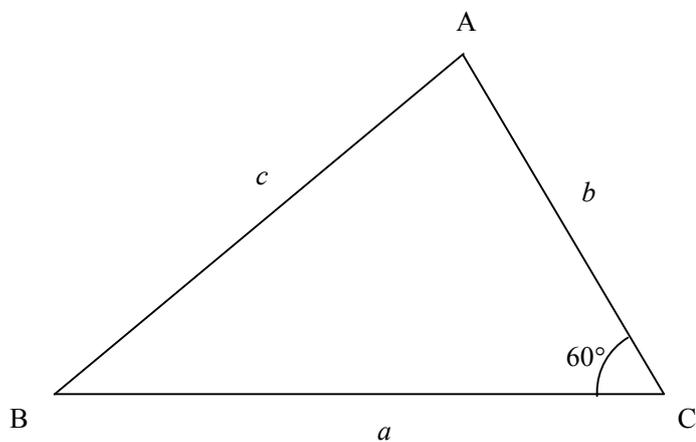


問題

三角形 ABC が $\angle C = 60^\circ$, $a^2 = b(b+c)$ を満たすとき, $\angle A$ の大きさを求めよ。

(兵庫医大)



解

半直線 CA 上に $AD=c$ となるように点 D をとると、

$\triangle ABC$ と $\triangle BDC$ について、

$$\frac{BC}{DC} = \frac{a}{b+c}, \quad \frac{AC}{BC} = \frac{b}{a}, \quad \text{条件 } a^2 = b(b+c) \text{ より } \frac{a}{b+c} = \frac{b}{a}$$

$$\text{よって, } \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{BC}$$

これと $\angle C$ を共有することから、 $\triangle ABC \sim \triangle BDC$

ここで、 $\angle ABC = x^\circ$ とすると、

$\triangle ABC \sim \triangle BDC$ より、 $\angle BDC = \angle ABC = x^\circ$

$\triangle ADB$ は $AD=AC$ の二等辺三角形だから、 $\angle ABD = \angle BDC = x^\circ$

よって、 $\angle BAC = \angle ABD + \angle BDC = 2x^\circ$

よって、 $\triangle ABC$ の内角の和と x° の関係は $2x^\circ + x^\circ + 60^\circ = 180^\circ \quad \therefore x = 80$

ゆえに、 $\angle BAC = 2x^\circ = 80^\circ \quad \dots (答)$

